Proposition 1. $\mathsf{length}(\mathsf{rev}(L)) = \mathsf{length}(L)$ for any list L.

Proof by induction on L. Let L be a list.

Case $L = []$.$\square$

Case $L = a :: L'$ for some object a and some list L'. Take an object a and a list L' such that $L = a :: L'$. Then $L' \prec L$. Hence $\mathsf{length}(\mathsf{rev}(L')) = \mathsf{length}(L')$. Thus

$$\begin{aligned}
\mathsf{length}(\mathsf{rev}(L)) &= \mathsf{length}(\mathsf{rev}(a :: L')) \\
&= \mathsf{length}(\mathsf{rev}(L') +\!\!+ [a]) \\
&= \mathsf{length}([a]) + \mathsf{length}(\mathsf{rev}(L')) \\
&= 1 + \mathsf{length}(\mathsf{rev}(L')) \\
&= 1 + \mathsf{length}(L') \\
&= \mathsf{length}(L)
\end{aligned}$$

. $\square$

■